

Extracción Adaptativa de Isosuperficies Topológicamente Correctas

F. Soler, F. Velasco, J.C. Torres y A. León

Grupo de Investigación en Informática Gráfica (<http://giig.ugr.es>), Dpto. de Lenguajes y Sistemas Informáticos,
E.T.S. de Ingenierías Informática y de Telecomunicación, Periodista Daniel Saucedo Aranda, s/n 18071 Granada (Spain)

Abstract

Este trabajo propone un nuevo esquema de representación de volúmenes basado en una partición del espacio en poliedros multirresolución, y un método de extracción de isosuperficies sin elementos no-variedad a partir del mismo. Dicha partición multirresolución se realiza de manera adaptativa a los datos del volumen y por tanto es independiente del valor umbral de visualización que se quiera usar.

El criterio de compactación de poliedros utilizado permite generar celdas que puedan contener varias componentes de isosuperficie independientes y topológicamente correctas con respecto al interpolante trilineal considerado. La posibilidad de compactar incluso celdas que puedan contener varios fragmentos de isosuperficie nos permite reducir considerablemente el número de triángulos de la isosuperficie obtenida en zonas de bajo detalle.

Categories and Subject Descriptors (according to ACM CCS): Computer Graphics [I.3.5]: Computational Geometry and Object Modeling: — Curve, surface, solid, and object representations

1. Introducción

La extracción y visualización de isosuperficies a partir de modelos volumétricos es un problema ampliamente tratado en el ámbito de la informática gráfica. Su interés se justifica por el hecho de que, en la actualidad, diversas áreas de conocimiento científico hacen uso de una amplia gama de instrumental que permite muestrear en el espacio tridimensional una o más propiedades de interés, generando así un conjunto de datos distribuidos de forma regular o irregular en dicho espacio. Este conjunto de datos es lo que llamamos *Modelo Volumétrico*.

Para estimar el valor de propiedad en los puntos no muestreados del espacio se recurre a una función de interpolación. En ausencia de conocimiento acerca de qué interpolante se ajusta más al modelo volumétrico concreto, se suele asumir un interpolante trilineal. Así pues, un volumen puede definirse formalmente como un par:

$$(\{(x, y, z, \Gamma)\}, F(x, y, z) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \Gamma) \quad (1)$$

Un *scanner* TAC es un ejemplo característico de modelo volumétrico. El conjunto de datos obtenido en un TAC con-

tiene muestras del paciente alineadas en un retículo o *grid* regular de celdillas en el espacio 3D.

Dentro del volumen se pueden definir superficies implícitas sobre las que se sitúan todos los puntos que tienen un valor de propiedad concreto. Estas superficies es lo denominamos *isosuperficies*. Formalmente:

$$F(x, y, z) = \Gamma_0 \quad (2)$$

Ese valor concreto, Γ_0 , recibe el nombre de *valor umbral* o *isovalor*. El isovalor ocasiona que las muestras del volumen tengan un determinado signo, clasificándose como positivas o negativas, según tengan valor mayor o menor que el umbral respectivamente. De forma similar, las celdas del retículo pueden clasificarse ante un valor umbral como *activas* o *no activas* dependiendo respectivamente de si unen muestras positivas y negativas o si unen muestras del mismo signo. En el ejemplo del TAC, tendremos valores umbral para extraer y visualizar isosuperficies que correspondan con las superficies exteriores de hueso, músculo, piel,... etc. Estas isosuperficies se suelen aproximar mediante una malla de triángulos.

Trabajos Previos

El algoritmo más popular para generar aproximaciones triangulares a isosuperficies es *Marching Cubes* (MC) [LC87]. Básicamente, este procedimiento consiste en clasificar cada celda activa del retículo del volumen en función de los valores de propiedad en los vértices de la celda y del valor umbral de la isosuperficie que se quiere visualizar. De esta forma, todas las posibles configuraciones de las celdas se clasifican en quince clases de equivalencia.

Cada clase (o caso) posee un fragmento característico de isosuperficie representado por una triangulación que une puntos de corte entre la isosuperficie correspondiente al valor umbral escogido y las aristas de la celda. Para visualizar la aproximación de la isosuperficie, se unen todos los fragmentos que aportan cada una de las celdas. Sin embargo, este método presenta ambigüedades en ciertas configuraciones topológicas que ocasionan agujeros en la isosuperficie como el que aparece en la Figura 1.

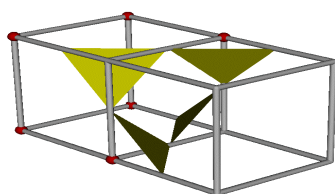


Figura 1: Ambigüedad en *Marching Cubes*.

Este fenómeno se debe a que la función trilineal forma puntos de silla (fijos y con un determinado valor de propiedad) en las caras (*face saddle points* FSP) y en el interior de la celda (*body saddle points* BSP), lo cual se traduce en que, para un mismo caso MC, hay distintas formas de triangular el fragmento de isosuperficie que contiene. Dado un valor umbral, estos puntos de silla se clasificarán como positivos o negativos (como el resto de vértices de la celda) lo que determinará el tipo de triangulación que genera el fragmento de isosuperficie. En la Figura 2 se muestra la cara ambigua de una celda con un FSP. Dependiendo del valor de propiedad de este punto de silla se realiza la triangulación de la izquierda o de la derecha. En adelante, en los esquemas que aparecen a lo largo de este trabajo, los FSP se colorearán en azul, los BSP en rojo y las muestras activas en verde.

Estas ambigüedades han sido estudiadas ampliamente en [WG90, NH91, MSS94, Che95, LB03, Nie03, VTLS08] y las soluciones aportadas pasan fundamentalmente por considerar estos puntos críticos, bien aumentando el número de clases de equivalencia [LB03, Nie03, CGMS00], o bien descomponiendo la celda en poliedros más pequeños que eviten la aparición de estas ambigüedades [PT90, VTLS08].

Sin embargo, el problema genérico de estos métodos de extracción de isosuperficies es que la superficie “*primal*” que se obtiene tiene un gran número de triángulos. Por un lado,

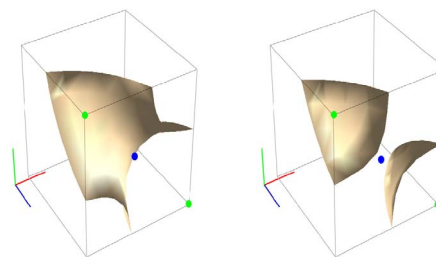


Figura 2: Dos triangulaciones para el Caso 3 de MC. En la figura de la izquierda, el umbral de la isosuperficie está por debajo del valor de propiedad del FSP. En la figura de la derecha el umbral de la isosuperficie está por encima.

se generan triángulos pequeños que aportan poco o nada al aspecto visual de la isosuperficie. Por otro lado, el hecho de que las triangulaciones se circunscriban a las celdas provoca que existan zonas de la isosuperficie donde hay gran número de triángulos que podrían simplificarse por la ausencia de detalle.

Una solución a estos problemas consiste en agrupar o compactar celdas y considerar un grupo como una única celda de tamaño mayor en el momento de la visualización. Por ejemplo, 8 celdas cúbicas con un vértice común pueden ser agrupadas en una celda cúbica de tamaño mayor. El problema es que una estructura de este tipo, compuesta por celdas a diferente resolución, contienen T-vértices. Por tanto, las triangulaciones que se generan en celdas vecinas en torno a un T-vértice y, que se construyen sobre puntos interpolados en las aristas del T-vértice, presentarán rupturas como la mostrada en la Figura 3.

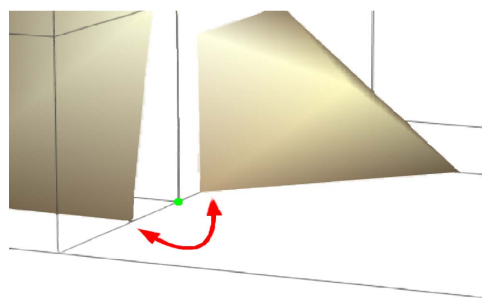


Figura 3: Ejemplo de extracción de isosuperficie en celdas de distinto tamaño. El punto interpolado sobre la arista es diferente desde la celda de menor tamaño (a la izquierda) que desde la celda de tamaño mayor (a la derecha).

Dichas rupturas pueden repararse añadiendo, sustituyendo o modificando triángulos en el fragmento de isosuperficie [SZK95, WKE99].

Otra posibilidad más eficaz es considerar métodos de extracción de isosuperficies duales (*Contouring*) [VTC02,

[JLSW02, Nie04, SJW07, SVTL09]. Esta estrategia consiste en extraer una isosuperficie *dual* a la *primal* que se obtiene mediante los métodos derivados de MC. Para ello, se generan *parches* cuadrangulares en torno a las aristas *activas* del retículo, tal y como se ilustra en la Figura 4. Los vértices que se usan para generar estos parches son los denominados *isopuntos* que, al contrario de los métodos de MC, se encuentran situados en el interior de la celda y no sobre las aristas (MC).

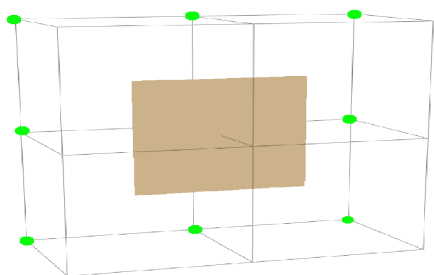


Figura 4: Parche de Isosuperficie Dual sobre una arista activa.

La principal ventaja de los métodos de *contouring* dual es que el problema de los agujeros no existe cuando se consideran celdas de distinto tamaño puesto que la interpolación sobre las aristas no se usa. Además, se pueden utilizar diferentes procedimientos para el cálculo de los isopuntos [Nie04], permitiendo generar isosuperficies con una mejora en la calidad visual.

Sin embargo, las deficiencias de estos métodos de *Contouring* radican en la dificultad para solventar la aparición de superficies no variedad como la que aparece en la Figura 5.

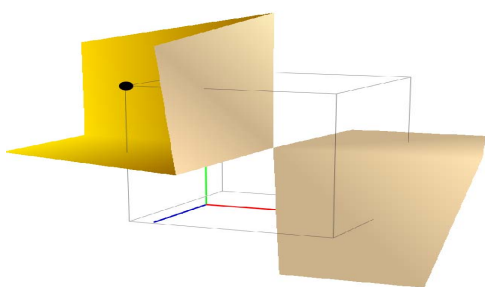


Figura 5: Superficie no variedad.

Este problema aparece en el momento en que la celda es atravesada por varios fragmentos de isosuperficie independientes y se usa un único isopunto. En [Nie04] esto se solventa estableciendo una tabla de casos en la que se permite más de un isopunto por cada celda y se relaciona cada fragmento de isosuperficie independiente con uno de los isopuntos del interior de la celda. Entonces, en el ejemplo de la Figura 5,

cada uno de los fragmentos se uniría a un isopunto diferente. Sin embargo, esta solución no es válida cuando se consideran celdas de diferente tamaño, ya que no se puede determinar a priori los tipos de casos posibles.

En métodos adaptativos, una de las soluciones aportadas a este problema pasa por establecer criterios topológicos muy restrictivos para compactar las celdas del retículo [JLSW02, SJW07]. En concreto, sólo se puede compactar en las situaciones en las que existe un único fragmento de isosuperficie en el interior de la celda y es homeomorfo a un disco. De esta forma se asegura que, con un único isopunto en el interior de la celda, se puede triangular cualquier configuración de valores en los vértices de la misma. El proceso de compactación depende del umbral de la isosuperficie que se quiere visualizar y suele requerir procedimientos recursivos [SJW07] y complejos.

Otro problema añadido es que, en todas estas propuestas, no se consigue generar una isosuperficie topológicamente correcta de acuerdo con el interpolante trilineal que consideramos. Esto conlleva que determinadas topologías del interpolante, como por ejemplo túneles, no aparecen trianguladas correctamente en la isosuperficie extraída. Soler et al. [SVTL09] resuelven este problema generando isosuperficies duales a partir de una partición poliédrica de las celdas del retículo que tiene en cuenta los puntos de silla que forma el interpolador trilineal [VTLS08]. Este método de *Tri-linear Dual Contouring* TDC permite extraer isosuperficies cerradas, variedad y topológicamente correctas. Sin embargo, no contemplan la compactación de los poliedros en figuras de tamaño mayor.

Contribuciones

En este trabajo se expone un método adaptativo de extracción de isosuperficies duales basado en la partición de poliedros propuesta en [SVL08]. El algoritmo propuesto en [SVTL09] permite obtener isosuperficies sobre esta misma partición pero tiene el inconveniente de generar un número elevado de triángulos además de no poder efectuar el proceso de extracción sobre celdas de diferente tamaño o resolución.

El método que se presenta aquí, propone, por un lado, un criterio de compactación topológico de celdas que, siguiendo una estrategia *bottom-up*, permite obtener una partición adaptativa del modelo volumétrico considerando celdas y poliedros de mayor tamaño. Este criterio es más relajado que el propuesto en [SJW07] y puede hacerse dependiente o independiente del umbral de la isosuperficie que se quiera visualizar. Además, está abierto para poder ser usado conjuntamente con cualquier otra métrica de error (posición respecto al observador, QEF [GH97], etc).

Además del criterio de compactación de celdas, en este trabajo se presenta una técnica de extracción de isosuperficies duales aplicable a la partición de poliedros adaptativa obtenida. Como resultado, este procedimiento permite

obtener isosuperficies sin agujeros entre celdas de distinto tamaño, sin elementos no variedad, y topológicamente correctas de acuerdo con el interpolante trilineal. Una ventaja adicional es que, el sistema de cálculo utilizado para los isopuntos es independiente de nuestro algoritmo.

Para presentar este método, el artículo se ha estructurado de la siguiente forma. En la Sección 2 se exponen algunos aspectos del marco inicial de la propuesta: el sistema de subdivisión en poliedros de las celdas del *grid* que se usa como base para la extracción, la estructura jerárquica que alberga la información de las celdas de diferente nivel de resolución, y los problemas que aparecen al tratar de generar isosuperficies con celdas de distinto tamaño. A continuación, en la Sección 3 se expone el proceso y el criterio de compactación de poliedros para, posteriormente, abordar el proceso de extracción de isosuperficies en la Sección 4. Para finalizar, en la Sección 5 se muestran los resultados obtenidos y en la Sección 6 se comentan las conclusiones y las líneas de trabajo futuras.

2. Partición Adaptativa de Poliedros

Como se ha descrito anteriormente, el algoritmo original de MC presenta ambigüedades que es necesario resolver para determinar la topología correcta del fragmento de isosuperficie de cada celda del retículo. La forma de resolver estas ambigüedades es considerar el valor de propiedad en los puntos de silla que forma la función trilineal tanto en caras como en el interior de la celda.

La partición propuesta en [SVL08] hace uso de los puntos de silla para subdividir en poliedros las celdas del retículo. Según aparezcan o no puntos de silla en las caras y en el interior de las celdas se realiza una partición u otra.

Método de Subdivisión de Celdas

En la Figura 6 se muestra de forma esquematizada el tipo de subdivisión empleado en [SVL08] y que sirve como punto de partida del método que se presenta en este trabajo.

Cuando no aparece ningún punto de silla en la celda, no se realiza ninguna subdivisión (Figura 6(a)). En el caso de que exista un BSP, la celda se subdivide en 6 pirámides usando como cúspide común el propio BSP (Figura 6(b)). Cuando una cara contiene un FSP, la pirámide es subdividida en un grupo de 4 tetraedros tal y como se muestra en la Figura 6(c). En este caso, aunque no exista BSP en el interior de la celda, ésta se subdivide en pirámides igualmente, tomando como punto central el propio centroide de la celda.

En el caso en que existan dos BSP, el *cuuboide* formado por ambos puntos de silla y 6 de los vértices de la celda es subdividido en un abanico de tetraedros tal y como se muestra en la Figura 6(d). Este caso se completa con una pirámide para cada cara, o 4 tetraedros para la cara que tenga FSP, tal y como hemos comentado en los casos anteriores.

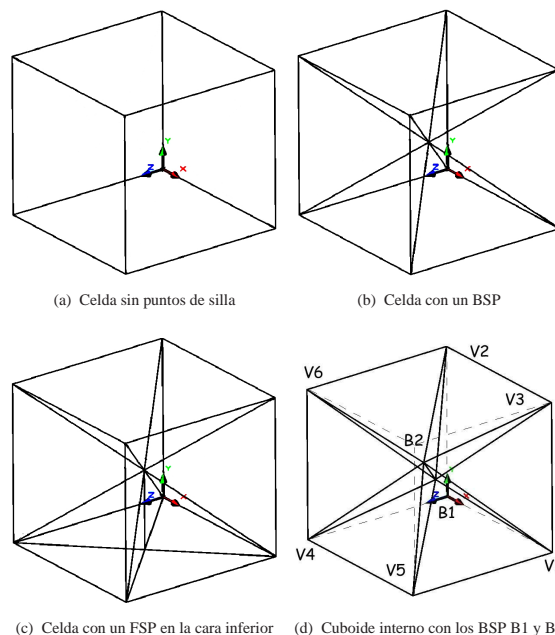


Figura 6: Partición adaptativa de las celdas del *grid* usando los puntos de silla de la función trilineal.

El tipo de partición y los puntos de silla de las celdas se calculan una sola vez ya que son independientes del valor umbral de las isosuperficies que se vayan a visualizar. En el trabajo referenciado [SVL08] pueden consultarse más detalles acerca de la validez topológica, resultados con modelos de ejemplo y otros detalles de este proceso de particionamiento.

En lo sucesivo, se usará el término *celda* para referirnos a la celda cúbica que ha sido particionada en poliedros, mientras que se usarán las palabras poliedro, cubo, pirámide o tetraedro para referirnos a estas figuras concretas.

Estructura Jerárquica de Celdas

Para poder considerar celdas de diferente tamaño, nuestro método elabora celdas que acceden a las muestras del retículo a varios niveles de resolución, de tal forma que, en el nivel l_{i+1} se consideran muestras del modelo volumétrico a la mitad de resolución que en el nivel l_i . En la Figura 7 se esquematiza este mecanismo de acceso.

Para cada celda de los distintos niveles de resolución, se almacena la información relativa al tipo de subdivisión y puntos de silla que se describe en [SVTL09]. La estructura de datos que se propone en el citado trabajo es extendida a varios niveles tal y como aparece esquematizado en la Figura 8.

La implementación usada permite el acceso directo desde cualquier celda a sus celdas vecinas, a las celdas de nivel superior que la engloban, o a las celdas de nivel inferior que

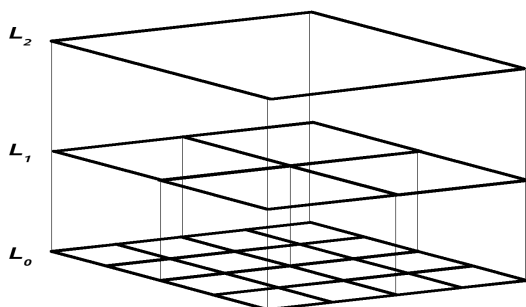


Figura 7: Muestreo de celdas a diferentes niveles.

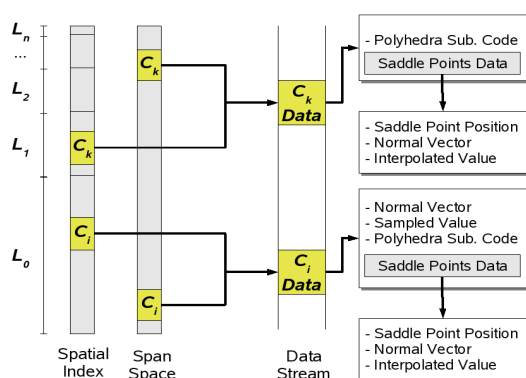


Figura 8: Esquema de la estructura de datos para celdas de distinto nivel o tamaño.

incluye. Dado que el proceso de extracción de isosuperficie requiere búsquedas de aquellos poliedros adyacentes a las aristas activas, la eficiencia en este tipo de accesos es crítica.

Inconvenientes de la Extracción Adaptativa de Isosuperficie Dual

En la propuesta presentada en [SVTL09], las isosuperficies duales son generadas directamente a partir de la partición del *grid* regular del modelo volumétrico. Cada celda activa de la partición genera parches de isosuperficie que atraviesan las aristas que unen vértices de distinto signo. En la Figura 9 se muestra un fragmento de isosuperficie a partir de los parches generados en las aristas activas de un grupo de celdas. Como solamente existe un isopunto por poliedro, no pueden aparecer superficies no variedad.

Tal y como se comenta en [SVTL09], un inconveniente importante del método de TDC es la cantidad de triángulos que se generan en las mallas de las isosuperficies aproximadas. Una solución a este problema es considerar celdas de tamaño mayor generadas mediante compactación de grupos de 8 celdas donde el error cometido se encuentre por debajo de cierto umbral. Es obvio que el método TDC puede

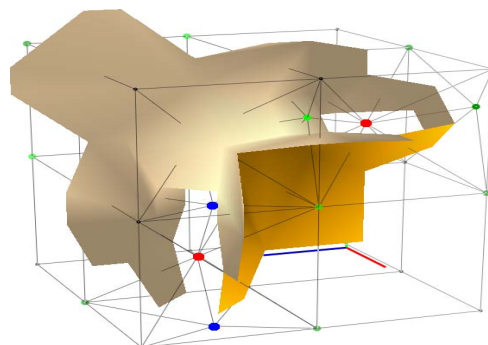


Figura 9: Ejemplo del método TDC [SVTL09]. Algunos parches sobre aristas activas no se han visualizado para hacer más clara la figura.

realizarse sobre celdas de un tamaño mayor siempre y cuando todas sus celdas vecinas tengan el mismo tamaño. Lo que no es tan trivial es aplicarlo a zonas donde tenemos celdas adyacentes de distinto tamaño.

Para empezar, TDC es susceptible de los mismos problemas previamente comentados que aparecen en otros métodos de *contouring* con superficies no variedad [VTC02, JLSW02, SJW07]. Estas situaciones a evitar se producen en el momento en que coexisten en una misma celda dos o más fragmentos de isosuperficie inconexos tal y como se muestra en la Figura 5.

Sin embargo, al considerar la extracción adaptativa en TDC aparece otro problema relacionado con la propia partición de poliedros. En la Figura 10 se ilustra la cara compartida por un grupo de 8 celdas compactadas (izquierda) y por el grupo de 8 celdas vecinas sin compactar (derecha). Los puntos que aparecen sobre las caras corresponden con FSPs.

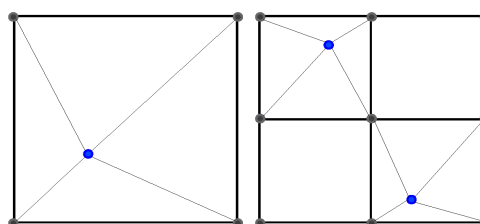


Figura 10: Ejemplo de FSPs sobre una cara compartida pertenecientes a celdas de distinto tamaño.

Como se aprecia, las celdas de la derecha tienen FSPs que no aparecen en la celda compactada y viceversa. Esto se debe a que los FSPs se calculan en función de las muestras que forman la cara de la celda. Por esta razón, en estos casos de caras compartidas por celdas de distinto nivel, aparecerán FSPs de distintos niveles de resolución. Si aparecen más FSPs y hay celdas sin compactar de más de un nivel de resolución, el escenario mostrado por la Figura 10 puede complicarse enormemente.

Con esta situación en la cara compartida, resulta complicado determinar los poliedros adyacentes a una arista y, por ende, generar los parches duales de la isosuperficie.

Este problema trasciende más aún al de *hacer coincidir* FSPs de niveles diferentes: las caras de las celdas que tienen FSPs a distintos niveles pueden tener *topologías* diferentes para la isosuperficie. En la Figura 11 aparecen de forma esquematizada una celda compactada (a la izquierda) y el grupo de celdas de distinto tamaño con las que comparte esta cara (a la derecha).

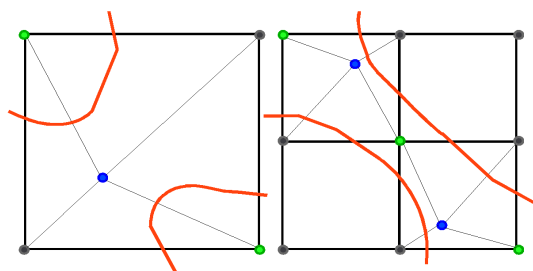


Figura 11: Diferencia topológica de la isosuperficie en la cara de la celda compactada y en sus 8 hijas.

Como se aprecia, en la celda compactada el FSP tiene un valor de propiedad negativo. Sin embargo, en las celdas vecinas, los FSPs tienen un valor de propiedad positivo. Estas situaciones ocasionan por tanto que la topología de la isosuperficie desde ambos lados de una cara compartida sea diferente. El criterio de compactación usado evitará estas situaciones.

3. Criterio Topológico para la Compactación de Celdas

El criterio que se propone permite compactar siempre y cuando la topología de la celda considerada para ser compactada cumpla la propiedad de *ser representable* con una partición de poliedros similar a alguno de los casos que aparecen en la propuesta en [SVL08]. A continuación se expone más formalmente este criterio.

Sea G_k un grupo formado por 8 celdas $C_{k0}, C_{k1}, \dots, C_{k7}$ de nivel l_i de resolución. Consideremos dicho grupo para ser compactado a una celda C_v de nivel l_{i+1} de resolución. Sea v_0, v_1, v_2, v_3 el conjunto de muestras situados en los vértices de la cara f_j de C_v . Sea el conjunto s_0, s_1, \dots, s_8 el conjunto de muestras de G_k que se sitúa sobre la cara f_j en G_k tal y como se observa en la Figura 12.

Para asegurar que una celda compactada es representable por una partición poliédrica conocida, el criterio de compactación propuesto establece que G_k es *compactable* siempre que, para cada cara f_j de C_v , se cumpla que:

1. La función volumétrica F es *monótona* en las aristas formadas por las muestras $s_0s_1s_2, s_0s_3s_6, s_6s_7s_8$ y $s_2s_5s_8$. Estas aristas equivalen a las aristas v_0v_1, v_0v_2, v_1v_3 , y v_2v_3 que delimitan C_v .

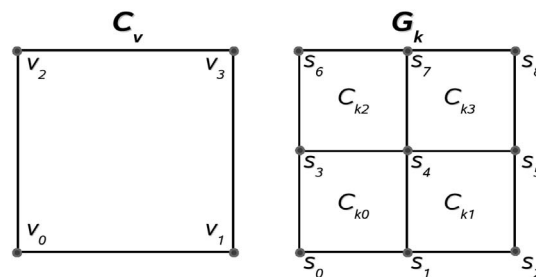


Figura 12: Etiquetado de elementos en una celda compactada (a la izquierda) y en un grupo de 8 celdas consideradas para ser compactadas.

2. La función volumétrica F es *monótona* en la arista formada por las muestras $s_1s_4s_7$ o en la arista formada por las muestras $s_3s_4s_5$. Ambas aristas son internas a las caras de C_v .

Decimos que la función volumétrica F es *monótona* en la arista de muestras $s_i s_j s_k$ en G_k si sucede una de estas situaciones:

$$F(s_i) \leq F(s_j) \leq F(s_k)$$

$$F(s_i) \geq F(s_j) \geq F(s_k)$$

De forma intuitiva, la monotonía en las aristas de G_k indica que, en caso de que una arista de C_v sea activa, únicamente tendrá un punto de corte. La consecuencia importante de esto es que se asegura que las celdas compactadas son equivalentes topológicamente a una celda con configuración conocida y, de esta manera, la celda es *representable* por una partición de poliedros también conocida.

Sin embargo, como se observaba en la Figura 11, es posible que en el interior de las caras aparezcan combinaciones de varios FSPs desde un lado y, no existan o (en caso de existir) tengan diferente topología desde el otro. Por ello, se incluye la segunda restricción de monotonía sobre alguna de las aristas interiores a la cara de C_v . De forma conjunta con la primera restricción, la monotonía sobre alguna de las dos aristas interiores permite establecer las siguientes proposiciones:

1. Si la función volumétrica es *monótona* en, al menos una de las dos aristas de G_k que son interiores a una cara f_i de C_v , entonces sólo puede ocurrir que *exista uno o ningún FSP* en alguna de las 4 caras formadas por las muestras s_0, s_1, \dots, s_8 que se sitúan sobre la cara f_i de C_v .
2. Si existe un FSP en alguna de las 4 caras formadas por las muestras s_0, s_1, \dots, s_8 que se sitúan sobre la cara f_i de C_v , entonces *existe un FSP* en la cara de f_i de C_v delimitada por los vértices v_0, v_1, v_2, v_3 .
3. Si existe un FSP en una cara f_i de C_v , entonces *existe uno o ningún FSP* en alguna de las 4 caras formadas por las muestras s_0, s_1, \dots, s_8 que se sitúan sobre la cara f_i .

- Si no existe un FSP en una cara f_i de C_v , entonces *no existe ningún FSP* en alguna de las 4 caras formadas por las muestras s_0, s_1, \dots, s_8 que se sitúan sobre la cara f_i .

Estas proposiciones se pueden sintetizar en dos propiedades importantes: por un lado, cuando una celda compactada tenga un FSP, en las celdas de más bajo nivel que comparten esa misma cara, únicamente existirá uno o ningún FSP. Esta situación es la que se muestra en la Figura 13

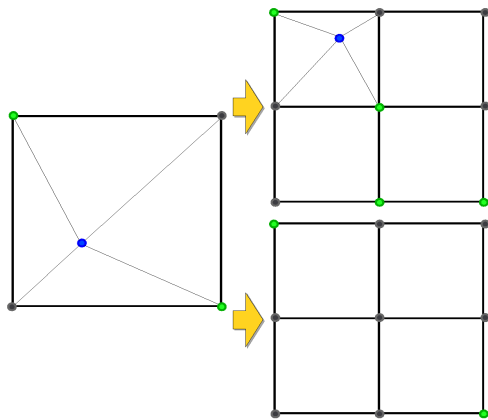


Figura 13: Posibles situaciones ante un FSP en la cara de una celda compactada. En los dos grupos de celdas de la parte derecha se esquematizan las dos posibilidades que pueden surgir: un FSP en alguna celda (arriba) o ningún FSP (abajo). Las muestras se han coloreado en verde, indicando que están clasificadas en función de un valor umbral, con el fin de destacar la monotonía de la función volumétrica en las aristas de G_k .

Por otro lado, cuando en una celda compactada no exista ningún FSP, en las celdas de más bajo nivel no puede existir ningún FSP. Esta es la situación que se muestra en la Figura 14.

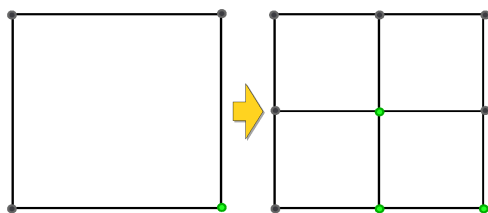


Figura 14: Única situación posible ante la cara de una celda compactada sin FSP. Como en la Figura 14, las muestras se han coloreado en verde, indicando que están clasificadas en función de un valor umbral, con el fin de destacar la monotonía de la función volumétrica en las aristas de G_k .

La demostración de las proposiciones expuestas puede efectuarse comprobando las posibles combinaciones de

muestras positivas y negativas en C_v y G_k ante un umbral arbitrario. Considerando el interpolante trilineal, existirá un FSP en una cara cuando las dos muestras situadas en una diagonal de la cara sean positivas mientras que las de la otra diagonal sean negativas (consultar [VTL08]). Con todo esto y, teniendo en cuenta las restricciones de monotonía, se demuestra fácilmente la veracidad de las proposiciones.

Hay que indicar que, a pesar de la restricción impuesta y de haber acotado bastante el problema, los FSP desde ambos lados son aún diferentes y la partición de poliedros es aún distinta. La generación de parches duales no es trivial, especialmente en las aristas marcadas en rojo que aparecen en la Figura 15. En esta Figura, se muestra, en cuatro situaciones diferentes, el solapamiento de diferentes particiones de poliedros sobre una cara compartida por una celda compactada C_v y por un grupo G_k .

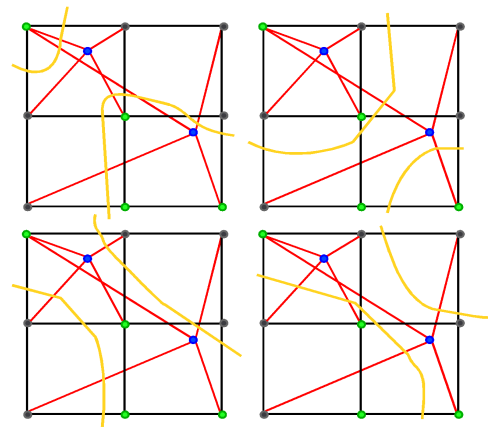


Figura 15: Solapamiento de diferentes particiones de poliedros en una cara compartida por una celda compactada C_v y un grupo de 8 celdas sin compactar G_k . Cada una de las partes tiene un FSP que, en el caso de las dos imágenes superiores, tienen signo negativo, mientras que, en el caso de las imágenes inferiores, tiene signo positivo. En las imágenes de la izquierda, se visualiza la isosuperficie obtenida desde el grupo de celdas sin compactar y, en las imágenes de la derecha, se visualiza la isosuperficie obtenida desde la celda compactada.

Como se observa, en estas aristas coloreadas los poliedros adyacentes son diferentes según el tramo que se considere de las mismas. Además ocurre que, la topología de la cara en la celda compactada y en el grupo sin compactar, es similar cuando los FSPs a distintas resoluciones tienen idéntico signo, esto es, se clasifican siempre como positivos o siempre como negativos ante un valor umbral. En el caso en que el signo de los FSPs sea diferente desde la celda compactada y el grupo de celdas sin compactar, habrá que optar por una de las topologías que describe alguno de ellos. En la siguiente sección, en la que se expone el procedimiento de extracción

de isosuperficies, se describe un procedimiento para poder resolver estas situaciones.

4. Generación de la Isosuperficie Dual Adaptativa

Con esta partición de poliedros adaptativa y, ante un valor determinado de umbral de isosuperficie, el método que proponemos es similar al que se describe en [SVTL09]. En primer lugar, determinamos aquellas celdas *activas* para el valor de umbral y, para cada arista *activa* de la partición poliédrica de la celda, generamos un parche dual que une los isopuntos de los poliedros adyacentes a la arista (Figura 4).

Dado que existen aristas compartidas por varias celdas, hay que establecer un sistema de responsabilidades de procesamiento de los parches en esas aristas desde las celdas. En nuestro caso, dado que la búsqueda de celdas vecinas es prácticamente inmediata, esa responsabilidad se recalcula cada vez que la arista es considerada desde las celdas adyacentes a ella. El criterio de asignación usado es sencillo: la responsabilidad de procesamiento se asigna a la celda de menor nivel. En caso de no haber diferencia se asigna en un orden arbitrario predeterminado según la posición de la arista respecto a la celda.

Con el fin de no replicar el cálculo de isopuntos, se utiliza un *buffer* indexado que almacena la posición 3D de los mismos y su normal. De esta forma, el isopunto perteneciente a un poliedro se calcula una sola vez, se almacena en esta estructura y, cuando es requerido desde el parche de otra arista adyacente al poliedro, no es necesario volver a calcularlo. Como ya se ha indicado anteriormente, el método de cálculo del isopunto es independiente del proceso que se describe en este trabajo.

El criterio de compactación evita que el proceso de extracción, tal y como se ha descrito, produzca superficies no variedad salvo en los casos en que tenemos dos FSPs de distinto nivel en una cara. Estos casos se ejemplifican en la Figura 15. Para procesar las aristas situadas sobre estas caras compartidas por celdas de distintos tamaños el método que proponemos es el siguiente:

1. El FSP situado sobre la cara de la celda de mayor tamaño se ignora y se considera el FSP sobre la celda vecina no compactada. Parece lógico que, si en una cara de la celda no compactada tenemos un FSP a más alta resolución, consideremos éste en vez del FSP perteneciente a la celda compactada. Además, según el criterio de compactación descrito, cualquier celda compactada con un FSP en una cara, tendrá, en alguna de las celdas del nivel inferior y en esa misma cara, uno o ningún FSP de mayor resolución. Por tanto, realizando un descenso directo sobre la estructura jerárquica, se puede localizar de forma eficiente este FSP de alta resolución.
2. Al ignorar el FSP de la cara de la celda de mayor tamaño, se ignora también la partición en 4 tetraedros de esa cara

tal y como aparece en la Figura 6(c). Sin embargo, esta cara es ambigua y, según la configuración de valores en los vértices que forman la pirámide y el valor umbral, en caso de ser *activa*, 1 o 2 fragmentos de isosuperficie cruzarán la pirámide. En la Figura 16 se muestran estas dos posibles topologías. En el caso especial de que existan dos fragmentos de isosuperficie es necesario calcular dos isopuntos diferentes. Para detectar de forma eficiente la existencia de dos isopuntos en la pirámide, un test sencillo es comprobar que la muestra situada en la cúspide y el FSP tengan el mismo signo. En caso afirmativo, es necesario calcular dos isopuntos.

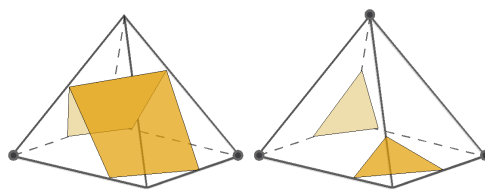


Figura 16: Topologías de isosuperficie primal para las pirámides con base ambigua. Aunque en este trabajo, el proceso de extracción permite obtener una isosuperficie dual, los fragmentos representados en la imagen corresponden a una isosuperficie primal por claridad.

3. Se calculan los parches de la isosuperficie para cada arista activa situada sobre la cara compartida. En el caso de que la pirámide de la celda compactada tenga dos isopuntos es necesario determinar, cual de los dos isopuntos hay usar para crear el parche. Esto se consigue mediante una búsqueda directa similar a la que se usa para obtener el FSP a bajo nivel. En la Figura 17 se muestra un ejemplo de la extracción de isosuperficie sobre una cara que forma la base de una pirámide con dos isopuntos.

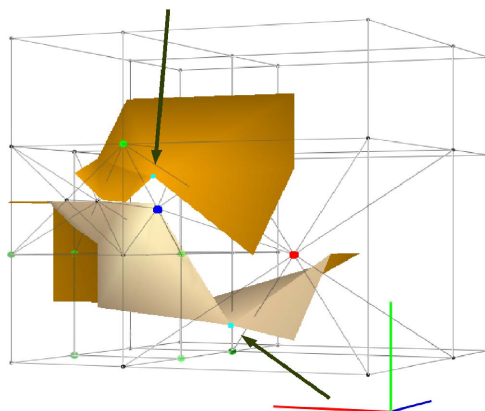


Figura 17: Extracción de isosuperficie en una pirámide con dos isopuntos. El FSP compartido por la celda compactada y el grupo de celdas se ha coloreado en azul mientras que los dos isopuntos están señalados por ambas flechas.

5. Resultados

La proceso de compactación de celdas que se ha descrito permite generar fragmentos de isosuperficie con un número de triángulos más reducido comparándolo con otros métodos no adaptativos y sin perder la correcta topología del interpolante trilineal. En la parte de abajo en la Figura 18 se muestra la compactación efectuada sobre el grupo de 8 celdas que aparece en la parte superior.

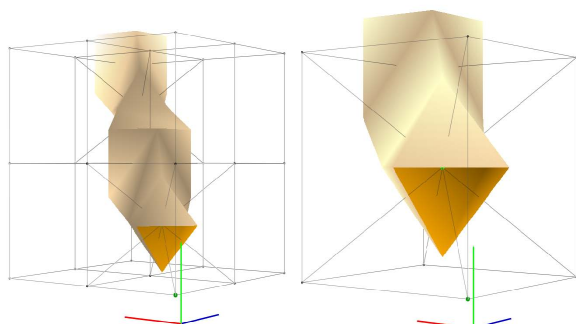


Figura 18: Ejemplo de topología trilineal generada adaptativamente.

En este grupo de celdas aparece una triangulación característica de la función de interpolación con forma de túnel. El criterio de compactación que plantea el método propuesto aquí, es más flexible que cualquiera de los métodos aportados en los trabajos citados. La topología de las celdas compactadas no se reduce a algo equivalente a un disco sino que se puede realizar compactación siempre que obtengamos una celda con una topología conocida y que cumpla las restricciones de monotonía descritas.

Sin embargo, el objetivo principal de generar una superficie adaptativa es reducir el número de triángulos obtenido. En la Tabla 1 se muestran los datos obtenidos a partir de varias isosuperficies en un modelo volumétrico de ejemplo mostrado en la Figura 19.

Umbral	Método	Aristas Act.	Triang.	Seg.
30	TDC	236.524	494.493	4,18
30	ATDC	185.485	362.953	4,83
127	TDC	200.449	424.157	3,42
127	ATDC	180.941	371.510	4,59

Tabla 1: Resultados obtenidos en el modelo Baby Head. De izquierda a derecha, las columnas muestran: umbral de la isosuperficie, método de extracción (TDC [SVTL09] o TDC Adaptativo), número de aristas activas, triángulos generados y tiempo empleado por el proceso de extracción.

La isosuperficie mostrada en este ejemplo se ha generado

utilizando como posición de los isopuntos el centroide del poliedro al que pertenece. Por este motivo, la isosuperficie no presenta un aspecto suave.

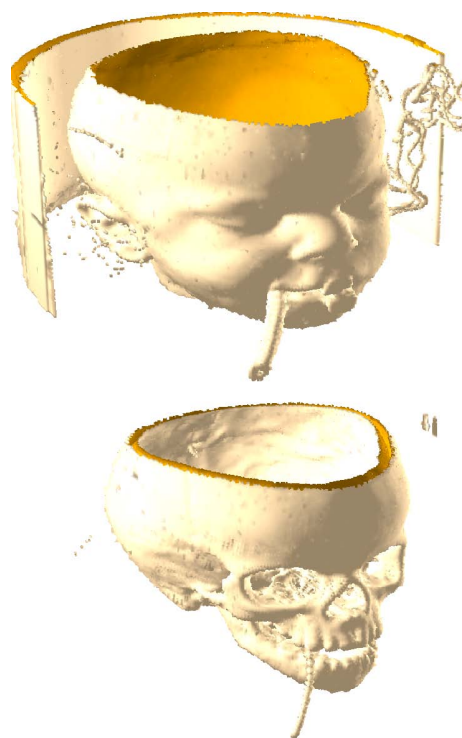


Figura 19: Ejemplo de isosuperficies generadas adaptativamente. Arriba usando umbral 30 y abajo umbral 127.

Como se observa, la simplificación mayor de triángulos ocurre cuando la isosuperficie representa a un tejido con menos detalle y que, por tanto, está en una zona del volumen con menor variabilidad de los datos del mismo, permitiendo una mayor compactación. Considerando otros modelos de ejemplo, se han obtenido reducciones en el número de triángulos que se mueven en el intervalo del 15 % al 25 %.

El aumento de tiempo con respecto al método TDC sobre el *grid* regular es debido a la asignación de responsabilidades de procesamiento que se replica en las aristas. Cuando el tiempo de extracción de la isosuperficie sea un aspecto relevante dentro de la aplicación que se vaya a desarrollar, una solución sería calcular una sola vez estas responsabilidades almacenándolas en la propia estructura jerárquica.

En vez de utilizar como referencia el número de triángulos de las isosuperficies obtenidas, se podría haber recurrido al índice de compactación de celdas por niveles para valorar la efectividad de la compactación. Pero este indicador, por sí solo, no describe la eficacia del proceso, puesto que pueden compactarse celdas que difícilmente van a ser activas para algún valor umbral.

6. Conclusiones y Trabajos Futuros

Se ha presentado un método de extracción de isosuperficies duales a partir de una partición adaptativa de poliedros. Además de no presentar agujeros y de no producir elementos no-variedad, las isosuperficies obtenidas con este procedimiento mantienen las propiedades topológicas del interpolante trilineal gracias a la representación volumétrica que se utiliza.

El criterio de compactación de celdas descrito permite, de una forma eficaz, compactar celdas con varios componentes independientes de isosuperficie, no limitándose a fragmentos homeomorfos a discos como ocurre con otras propuestas [JLSW02, SJW07].

Además el método propuesto es independiente de la forma de cómputo de isopuntos y puede usar, conjuntamente con el criterio topológico, otros criterios de error para ajustar la compactación de las celdas. Precisamente, estos dos aspectos se plantean como dos líneas de trabajo futuro.

Por un lado, el cálculo de posición de los isopuntos dentro de la partición de poliedros plantea varias alternativas. Con la estructura que hemos descrito, por ejemplo, es posible utilizar un conjunto de muestras en la vecindad del isopunto para realizar un cálculo más preciso del mismo.

Junto con el criterio topológico, se pueden añadir al método propuesto otros criterios de error: distancia o visibilidad desde el observador, tamaño de los fragmentos de la isosuperficie, etc.

Una alternativa para hacer aún más flexible el criterio topológico es considerar la restricción de monotonía en las muestras dentro de unos intervalos de valores de propiedad. Cuando el objetivo sea visualizar isosuperficies cuyos umbrales no van más allá de una gama de valores de propiedad, la monotonía se puede ajustar a ese margen de valores para hacer el criterio más flexible.

Agradecimientos

Baby Head es un modelo volumétrico por gentileza de VolVis distribution of SUNY Stony Brook, NY, USA. Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología y los fondos FEDER, a través del proyecto TIN2007-67474-C03-02 y por la Consejería de innovación Ciencia y Empresa de la Junta de Andalucía a través del proyecto de excelencia TIC-401.

References

[CGMS00] CIGNONI P., GANOVELLI F., MONTANI C., SCOPIGNO R.: Reconstruction of topologically correct and adaptive trilinear isosurfaces. *Computers and Graphics* 24, 3 (2000), 399–418.

[Che95] CHERNYAEV E.: Marching cubes 33: Construction of topologically correct isosurfaces, <http://citeseer.ist.psu.edu/chernyaev95marching.html> 1995.

[GH97] GARLAND M., HECKBERT P. S.: Surface simplification using quadric error metrics. In *SIGGRAPH '97: Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics*

and interactive techniques (New York, NY, USA, 1997), ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., pp. 209–216.

[JLSW02] JU T., LOSASSO F., SCHAEFER S., WARREN J.: Dual contouring of hermite data. In *SIGGRAPH '02: Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 2002), ACM, pp. 339–346.

[LB03] LOPES A., BRODLIE K.: Improving the robustness and accuracy of the marching cubes algorithm for isosurfacing. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 09, 1 (2003), 16–29.

[LC87] LORENSEN W. E., CLINE H. E.: Marching cubes: A high resolution 3d surface construction algorithm. In *SIGGRAPH '87: Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, July 1987), vol. 21, ACM Press, pp. 163–169.

[MSS94] MONTANI C., SCATENI R., SCOPIGNO R.: A modified look-up table for implicit disambiguation of marching cubes. *The Visual Computer* 10, 6 (December 1994), 353–355.

[NH91] NIELSON G. M., HAMANN B.: The asymptotic decider: Resolving the ambiguity in marching cubes. In *IEEE Visualization 1991* (1991), Nielson G. M., Rosenblum L. J., (Eds.), IEEE, IEEE Computer Society Press, pp. 83–91.

[Nie03] NIELSON G. M.: On marching cubes. *IEEE Trans. Vis. Comput. Graph.* 9, 3 (2003), 283–297.

[Nie04] NIELSON G. M.: Dual marching cubes. *Visualization Conference, IEEE 0* (2004), 489–496.

[PT90] PAYNE B. A., TOGA A. W.: Medical imaging: Surface mapping brain function on 3d models. *IEEE Comput. Graph. Appl.* 10, 5 (1990), 33–41.

[SJW07] SCHAEFER S., JU T., WARREN J.: Manifold dual contouring. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 13, 3 (2007), 610–619.

[SVL08] SOLER F., VELASCO F., LEÓN A.: Representación de volúmenes mediante agrupación de tetraedros para la extracción de isosuperficies. In *CEIG'08 Congreso Español de Informática Gráfica* (2008), Matey L., Torres J. C., (Eds.), pp. 85–94.

[SVTL09] SOLER F., VELASCO F., TORRES J., LEÓN A.: Trilinear dual contouring. In *Proceedings of the IV Iberoamerican Symposium in Computer Graphics* (June 2009), Rodríguez O., Serón F., Joan-Arinyo R., J. Madeiras J. Rodríguez E. C., (Eds.), Sociedad Venezolana de Computación Gráfica, DJ Editores, C.A., pp. 87–94.

[SZK95] SHU R., ZHOU C., KANKANHALLI M. S.: Adaptive marching cubes. *The Visual Computer* 11 (1995), 202–217.

[VTC02] VELASCO F., TORRES J. C., CANO P.: Marching edges: A method for isosurface extraction. In *SIACG 2002 - 1st American Symposium on Computer Graphics* (Portugal, July 2002), pp. 199–208.

[VTLS08] VELASCO F., TORRES J. C., LEÓN A., SOLER F.: Adaptive cube tessellation for topologically correct isosurfaces. *Journal of Virtual Reality and Broadcasting* 5, 3 (mar 2008). ISSN 1860-2037.

[WG90] WILHELMS J., GELDER A. V.: Topological considerations in isosurface generation extended abstract. In *VVS '90: Proceedings of the 1990 workshop on Volume visualization* (New York, NY, USA, 1990), ACM Press, pp. 79–86.

[WKE99] WESTERMANN R., KOBELT L., ERTL T.: Real-time exploration of regular volume data by adaptive reconstruction of isosurfaces. *The Visual Computer* 15, 2 (1999), 100–111.