

Modelação Interactiva de Superfícies Livres

Joaquim J. E. R. Silvestre Madeira
José Carlos Teixeira

Grupo de Métodos e Sistemas Gráficos
Departamento de Matemática
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra
Apartado 3008
3000 Coimbra

Resumo

O projecto e a implementação de Ambientes Interactivos para Modelação de Superfícies Livres desempenham um papel muito importante nos actuais sistemas de modelação. Nesta comunicação, após a referência das ideias subjacentes à estrutura do interface com o utilizador, é apresentado um exemplo de implementação baseado em Superfícies de Bézier.

Palavras Chave: Interface com o Utilizador, CAD, Modelação, Superfícies de Bézier

Abstract

The design and implementation of Interactive Environments for Free-Form Surface Modelling play an important role in today's modelling systems. Starting with the main ideas behind the user interface structure, an experimental implementation based on Bézier Surfaces is reported.

Key Words: User Interface, CAD, Modelling, Bézier Surfaces

1 - Introdução

A modelação de superfícies de forma livre constitui um problema amplamente tratado, e para a resolução do qual diversas formulações foram desenvolvidas. As formulações matemáticas subjacentes a estas superfícies podem, de algum modo, ser, hoje em dia, consideradas estabilizadas — por exemplo, Superfícies Racionais/Não-Racionais de Bézier ou B-Spline [Böhm et al 84] [Piegl/Tiller 87].¹

No entanto, o projecto e a implementação de Ambientes Interactivos para Modelação/Manipulação de Superfícies Livres continuam a ser temas actuais de trabalho. Estes assumem especial importância no contexto da integração de superfícies livres nos sistemas de Modelação Sólida [Chan/Tan 89].

A presente comunicação apresenta uma primeira versão de um Ambiente Interactivo para Modelação de Superfícies Livres, baseado nas ideias fundamentais do sistema DACAD, desenvolvido no Centro de Computação Gráfica de Darmstadt, R.F.A. [Teixeira 88] [Teixeira/Rix 88], sendo de prever uma futura completa integração deste Ambiente Interactivo no referido sistema. Como exemplo de implementação são apresentadas Superfícies de Bézier.

Após a referência às ideias subjacentes à estrutura de interface adoptada, e também à formulação matemática das Superfícies de Bézier, é apresentada a implementação realizada. São explicitadas as operações de construção e de manipulação de superfícies, sendo feita posteriormente uma avaliação do protótipo apresentado.

2 - Curvas e Superfícies de Bézier

As curvas e superfícies de Bézier [Böhm et al 84] são uma das formulações matemáticas possíveis para os sistemas de modelação de superfícies livres.

As propriedades desta formulação foram inicialmente desenvolvidas, e de modo independente, por P. de Casteljaou, cerca de 1959, e por P. Bézier, cerca de 1962, como parte do desenvolvimento dos sistemas CAD das indústrias Citroën e Renault, respectivamente. Os resultados obtidos por P. de Casteljaou não foram na altura publicados, pelo que o nome de P. Bézier ficou definitivamente ligado a esta formulação. Cerca de 1970, R. Forrest descobriu a relação existente entre a formulação desenvolvida por P. Bézier e os polinómios de Bernstein [Forrest 72].

2.1 - Definição de Curvas e Superfícies

Uma curva de Bézier é definida por uma sequência de pontos que determinam a sua forma.

¹Ambos os artigos apresentam todo um conjunto de outras referências de interesse, mas cuja menção excede o âmbito desta comunicação.

Tomando por base os polinómios de Bernstein, uma curva de Bézier é descrita por:

$$C(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(t), \quad P_i \in \mathbb{R}^2 \vee \mathbb{R}^3, \quad t \in [0, 1]$$

$$B_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

em que os termos $B_{i,n}(t)$ são os polinómios de Bernstein de grau n .

Os $(n+1)$ coeficientes constantes P_i são os pontos de controlo da curva definindo o seu polígono de Bézier. Os pontos extremos da curva são P_0 e P_n , não sendo habitualmente interpolados quaisquer outros pontos de controlo.

Usando também os polinómios de Bernstein é possível definir uma superfície de Bézier de acordo com a formulação do Produto Cartesiano:

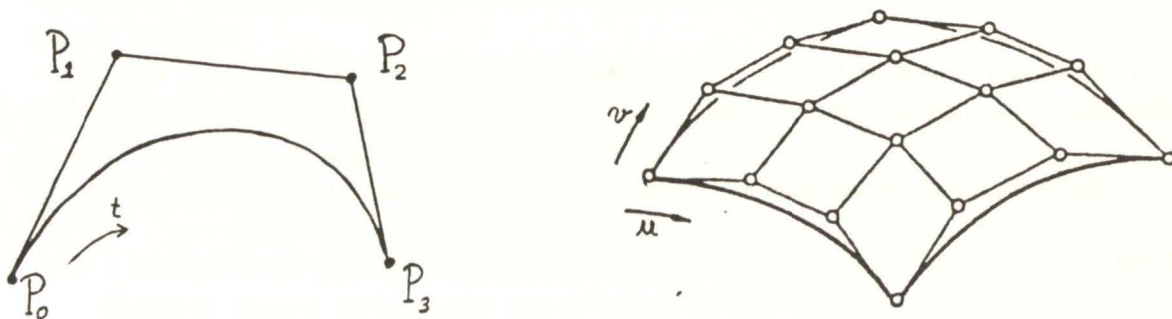
$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{i,j} B_{i,n}(u) B_{j,m}(v), \quad P_{i,j} \in \mathbb{R}^3, \quad u, v \in [0, 1]$$

Os $(n+1) \times (m+1)$ pontos $P_{i,j}$ — que constituem a matriz dos pontos de controlo, definem o poliedro de controlo da superfície. Os pontos $P_{0,0}$, $P_{0,1}$, $P_{1,0}$ e $P_{1,1}$ pertencem à própria superfície, não sendo habitualmente interpolados quaisquer outros pontos de controlo.

As quatro curvas fronteira da superfície são simplesmente as curvas de Bézier correspondentes aos quatro conjuntos de vértices da fronteira do poliedro de controlo: $\{P_{0,j}\}$, $\{P_{n,j}\}$, $\{P_{i,0}\}$ e $\{P_{i,m}\}$.

Note-se que, visto os polinómios de Bernstein serem diferentes de zero em todo o seu domínio de definição, as curvas e superfícies de Bézier apresentam controlo global de forma. A modificação da posição de qualquer um dos pontos de controlo afecta assim a totalidade da curva ou superfície.

A figura seguinte apresenta exemplos de uma curva e de uma superfície de Bézier, sendo explicitadas as direcções de parametrização (exemplos adaptados de [Böhm et al 84]):



2.2 - Derivadas e Continuidade

A partir da expressão geral da derivada de ordem r de uma curva de Bézier de grau n ($r \leq n$) [Böhm et al 84], verifica-se que, para os pontos extremos da curva, a derivada de ordem r depende unicamente do ponto extremo em causa e dos seus r pontos de controlo vizinhos.

É assim fácil estabelecer condições de continuidade, entre duas curvas partilhando um ponto extremo comum, por especificação da posição relativa de alguns dos seus pontos de controlo.

Consideremos duas curvas de Bézier definidas pelas seguintes equações:

$$C_1(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(t), \quad t \in [0, 1]$$

$$C_2(t) = \sum_{j=0}^m Q_j B_{j,m}(t), \quad t \in [0, 1]$$

Caso seja pretendido $C_1(1) = C_2(0)$, as condições relativas à continuidade posicional e às primeira e segunda derivadas, são as seguintes:

- continuidade posicional (C^0) : $P_n = Q_0$
- continuidade C^1 : $P_n = Q_0$
 $n(P_n - P_{n-1}) = m(Q_1 - Q_0)$
- continuidade C^2 : $P_n = Q_0$
 $n(P_n - P_{n-1}) = m(Q_1 - Q_0)$
 $n(n-1)(P_n - 2P_{n-1} + P_{n-2}) = m(m-1)(Q_2 - 2Q_1 + Q_0)$

Para as superfícies de Bézier, a partir da expressão geral da derivada parcial de ordem r , para cada uma das direcções paramétricas [Böhm et al 84], verifica-se que para cada uma das curvas fronteira da superfície, a derivada parcial de ordem r relativamente ao parâmetro constante nessa curva fronteira, depende unicamente dos pontos da linha/coluna da matriz de controlo definindo a curva fronteira em causa, e dos pontos das r linhas/colunas que lhe são vizinhas.

De um modo idêntico às curvas de Bézier, é possível estabelecer condições de continuidade entre duas superfícies, partilhando uma curva fronteira comum, por especificação da posição relativa de alguns dos seus pontos de controlo.

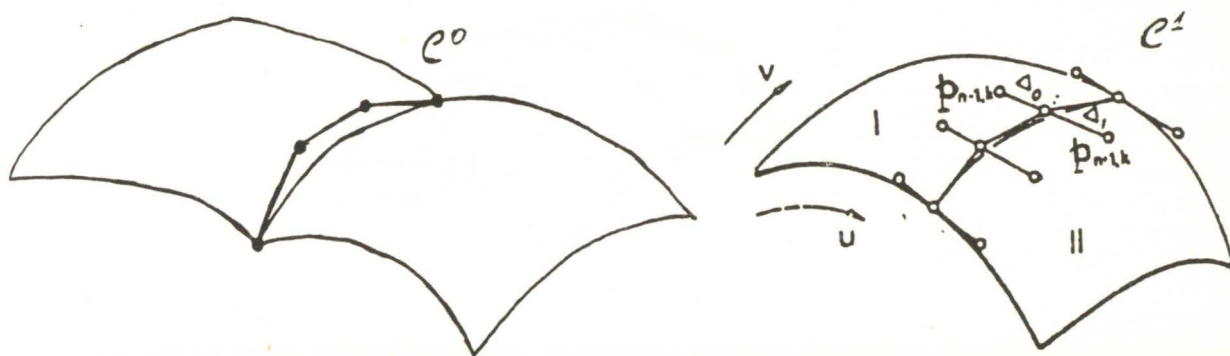
As condições de continuidade para duas superfícies adjacentes resultam então:

- a continuidade posicional (C^0) resulta do facto dos pontos de controlo definindo a fronteira comum pertencerem aos poliedros de controlo de ambas as superfícies;
- a continuidade C^1 envolve agora, além da linha/coluna de cada uma das matrizes de controlo definindo a fronteira comum, a linha/coluna que lhe é vizinha em cada uma das matrizes de controlo;

- além das condições anteriores, a continuidade C^2 envolve mais uma linha/coluna em cada uma das matrizes de controlo.

De notar que o estabelecimento de condições de continuidade entre superfícies adjacentes corresponde à aplicação das condições de continuidade, correspondentes às curvas, a sucessivas linhas/colunas das matrizes de controlo. Ou seja, duas superfícies adjacentes têm continuidade C^r na sua fronteira comum sse as linhas/colunas de ambas as matrizes de controlo definirem polígonos de curvas adjacentes com continuidade C^r .

A figura seguinte apresenta exemplos de condições de continuidade entre superfícies adjacentes (adaptação de um exemplo de [Böhm et al 84]).



2.3 - Alteração do Número de Pontos de Controlo

Se for considerado que o número de pontos de controlo definindo uma curva ou superfície de Bézier não é suficiente para produzir a forma desejada, é possível obter um acréscimo de flexibilidade na definição da forma aumentando o número de pontos de controlo, i.e. elevando o grau da curva ou da superfície (neste caso, segundo uma das, ou ambas as, direcções paramétricas).

Dado que um polinómio de grau n é também um polinómio de grau $(n + 1)$, é possível especificar um conjunto de $(n + 2)$ pontos de controlo que definem a (mesma) curva de Bézier, especificada originalmente por apenas $(n + 1)$ pontos de controlo.

O algoritmo de elevação do grau de uma curva

$$C_1(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(t), \quad t \in [0, 1]$$

obtendo-se a curva

$$C_2(t) = \sum_{i=0}^{n+1} Q_i B_{i,n+1}(t), \quad t \in [0, 1], \quad C_2(t) = C_1(t)$$

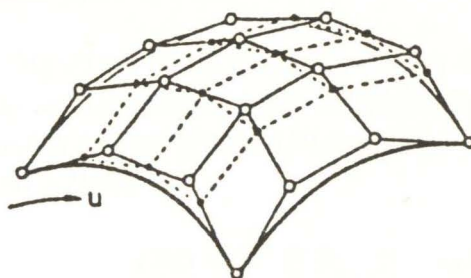
é apresentado em [Forrest 72].

Os pontos definindo o novo polígono de controlo são especificados por:

$$\begin{aligned} Q_0 &= P_0 \\ Q_i &= \frac{i}{n+1}P_{i-1} + \left(1 - \frac{i}{n+1}\right)P_i; \quad i = 1, 2, \dots, n \\ Q_{n+1} &= P_n \end{aligned}$$

A elevação do grau de uma superfície segundo uma das, ou ambas as, direcções paramétricas, corresponde à aplicação deste algoritmo às linhas/colunas, ou sequencialmente às linhas e às colunas da matriz dos pontos de controlo.

Na figura seguinte [Böhm et al 84] é apresentado um exemplo de elevação do grau de uma superfície de Bézier, segundo uma das direcções paramétricas:



Em alguns casos poderá ter interesse reduzir o número de pontos de controlo associados a uma curva ou superfície. No entanto, na maioria das circunstâncias, a redução do número de pontos de controlo implica a perda de informação de forma.

Um possível algoritmo de redução do grau de uma curva

$$C_1(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(t), \quad t \in [0, 1]$$

obtendo-se a curva

$$C_2(t) = \sum_{i=0}^{n-1} Q_i B_{i,n-1}(t), \quad t \in [0, 1]$$

é apresentado em [Forrest 72]. Os pontos definindo o novo polígono de controlo são especificados por:

- para n par:

$$\begin{aligned} Q_0 &= P_0 \\ Q_i &= \frac{1}{n-i} [nP_i - iQ_{i-1}] \\ Q_{n-i-1} &= \frac{1}{n-i} [nP_{n-i} - iQ_{n-i}], \quad i = 1, 2, \dots, \left(\frac{n-2}{2}\right) \\ Q_{n-1} &= P_n \end{aligned}$$

- para n ímpar:

$$\begin{aligned} Q_0 &= P_0 \\ Q_i &= \frac{1}{n-i} [nP_i - iQ_{i-1}] \\ Q_{n-i-1} &= \frac{1}{n-i} [nP_{n-i} - iQ_{n-i}], \quad i = 1, 2, \dots, \left(\frac{n-3}{2}\right) \\ Q_i &= \frac{1}{2(n-i)} [(nP_i - iQ_{i-1}) + (nP_{n-i} - iQ_{n-i})], \quad i = \frac{n-1}{2} \\ Q_{n-1} &= P_n \end{aligned}$$

Caso se pretenda reduzir o número de pontos de controlo de uma superfície, segundo uma das, ou ambas as, direcções paramétricas, o algoritmo anterior é aplicado às linhas/colunas, ou sequencialmente às linhas e colunas, da matriz dos pontos de controlo da superfície.

Um tratamento mais detalhado dos processos de redução do grau de curvas de Bézier é apresentado em [Watkins/Worsey 88], sendo referidos outros algoritmos tendentes a minimizar a perda de informação de forma associada à redução do número de pontos de controlo.

2.4 - O Algoritmo de de Casteljau

Por aplicação do Algoritmo de de Casteljau [Böhm et al 84], é possível determinar qual o ponto da curva $C(t)$ correspondente a um determinado valor do parâmetro t , de um modo simples e numericamente estável [Farouki/Rajan 88].

Considere-se então a curva

$$C(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(t), \quad t \in [0, 1]$$

O algoritmo é o seguinte:

$$\begin{aligned} C_i^0(t) &= P_i, \quad i = 0, 1, \dots, n \\ C_i^r(t) &= (1-t)C_{i-1}^{r-1}(t) + tC_{i+1}^{r-1}(t), \quad r = 1, 2, \dots, n, \quad i = 0, 1, \dots, n-r \end{aligned}$$

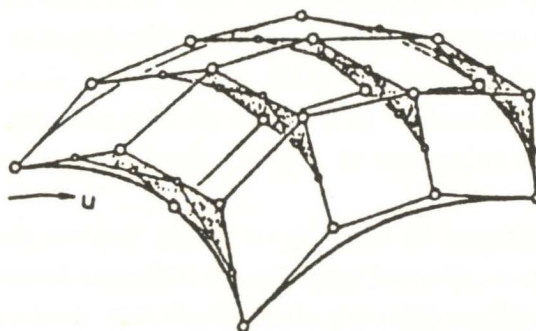
sendo $C_0^n(t)$ o ponto da curva correspondente ao parâmetro t . Geometricamente este algoritmo corresponde a sucessivas subdivisões, segundo uma razão fixa dos segmentos de recta definidos pelos sucessivos pontos $C_i^r(t)$.

Note-se que este algoritmo permite efectuar a subdivisão de uma curva de Bézier, por especificação de um dado ponto do seu domínio de parametrização, originando duas curvas do mesmo grau da curva original. Os pontos de controlo destes dois segmentos da curva original resultam directamente das sucessivas iterações do algoritmo.

Aplicando o algoritmo aos polígonos resultantes de sucessivas subdivisões, a sequência de polígonos de Bézier converge rapidamente para a curva — para a subdivisão sucessiva pelo ponto médio do domínio de parametrização ver [Lane/Riesenfeld 80]. O algoritmo de de Casteljau pode assim ser utilizado para efectuar o "rendering" da curva, aproximando-a pela sequência de polígonos de controlo resultantes de sucessivas subdivisões.

O algoritmo de de Casteljau é também aplicável às superfícies de Bézier, tomando as linhas/colunas da matriz dos pontos de controlo da superfície, sendo possível, de um modo idêntico, a sua utilização para efeitos de "rendering."

Um exemplo da aplicação do algoritmo de de Casteljau a uma superfície de Bézier, apenas segundo uma das direcções paramétricas, é apresentado na figura seguinte — adaptação de [Böhm et al 84]:



3 - Estrutura do Interface

O Ambiente Interactivo implementado baseia-se nas ideias fundamentais do sistema DACAD [Teixeira 88] [Teixeira/Rix 88], tendo sido elaborado como um módulo, se bem que autónomo, do referido sistema.

A implementação foi efectuada numa estação de trabalho APOLLO DOMAIN 3000, sendo utilizados os recursos fornecidos por um sistema gráfico, bem como todo um conjunto de rotinas já definidas no sistema DACAD: controlo de entradas/saídas, gestão do écran, manipulação de menus, etc.

Note-se que estando o módulo de modelação de superfícies inserido no sistema DACAD, o utilizador tem acesso a todo um conjunto de facilidades inerentes à estrutura do próprio sistema - p. ex. definição da escala de trabalho, possibilidade do uso de diferentes projecções perspectivas, "zooming," etc.

No caso da modelação de superfícies livres, é necessário estabelecer, além dos métodos de construção das superfícies, um conjunto de métodos que permita a alteração interactiva da forma de superfícies anteriormente definidas.

3.1 - Ideias Fundamentais

Independentemente das características específicas da formulação matemática adoptada como base da representação das superfícies livres, pretendeu-se:

- criar um ambiente de trabalho adequado a diferentes tipos de utilizadores, mesmo aqueles que não tenham um conhecimento específico da formulação matemática subjacente; o ambiente de trabalho dever ser simples de usar, auto-explicativo, e de resposta simples e rápida às acções do utilizador;
- criar um ambiente de trabalho que possa ser adaptado para ensino, especialmente a nível universitário;

- estabelecer uma base de trabalho para um futuro protótipo, que possa vir a ser integrado em aplicações industriais.

Para permitir ao utilizador uma fácil interacção com o sistema, os possíveis métodos de construção ou manipulação de superfícies são estruturados, como uma sequência de acções, que este deve realizar para obter o resultado desejado. A especificação destes métodos depende directamente da formulação matemática adoptada como base da representação, tendo em atenção quais os tipos de operações que é verdadeiramente necessário implementar.

O utilizador deve sempre validar o resultado da sequência de acções associadas a cada método, sendo possível cancelar, em qualquer instante, a execução do método corrente, ou retroceder passo a passo, cancelando cada uma das acções do método corrente. O sistema apresenta assim ao utilizador, em cada instante, um conjunto de possíveis acções, o que, juntamente com a visualização rápida do resultado de cada operação, permite a correcção de eventuais erros semânticos.

A interactividade resulta essencialmente da actuação directa do utilizador sobre os pontos de controlo, que são editados juntamente com a superfície que lhes está associada. O uso de diferentes planos de trabalho simultâneos, no caso, três projecções ortográficas, bem como de uma projecção perspectiva, permite uma mais fácil construção das superfícies, assim como a sua posterior alteração interactiva.

3.2 - Tipos de menus

De modo a simplificar a comunicação entre o utilizador e o sistema, este manipula essencialmente menus constituídos por ícones gráficos e textuais; de futuro estes ícones serão maioritariamente gráficos. A selecção das opções de trabalho é sempre feita usando o rato e fazendo o "pointing" do ícone correspondente à opção desejada.

Os métodos de construção e manipulação de superfícies estão organizados em sub-menus terminais, sendo unicamente necessário que o utilizador efectue a sequência de acções, indicada em cada um dos menus, para realizar a operação desejada.

Para reforçar o facto do utilizador ter seleccionado um menu de construção ou manipulação de superfícies, o primeiro ícone de cada um destes menus, que representa a actual opção de construção/manipulação, é enquadrado por uma moldura e sombreado. Para cada um destes menus, os ícones correspondentes às acções sequenciais estão ordenados verticalmente, enquanto que os correspondentes a possíveis escolhas estão ordenados horizontalmente. Note-se que o ícone associado à acção corrente aparece a sombreado; no caso de uma escolha entre duas acções possíveis, ambos os ícones aparecem a sombreado.

Na última linha de cada menu estão os ícones de cancelamento do método corrente e de retorno passo a passo; enquanto que na penúltima linha se encontra o ícone de validação do resultado da (sub-)sequência de acções correspondente ao sub-menu corrente.

Em todas as situações é apresentado ao utilizador um "prompt" explicitando:

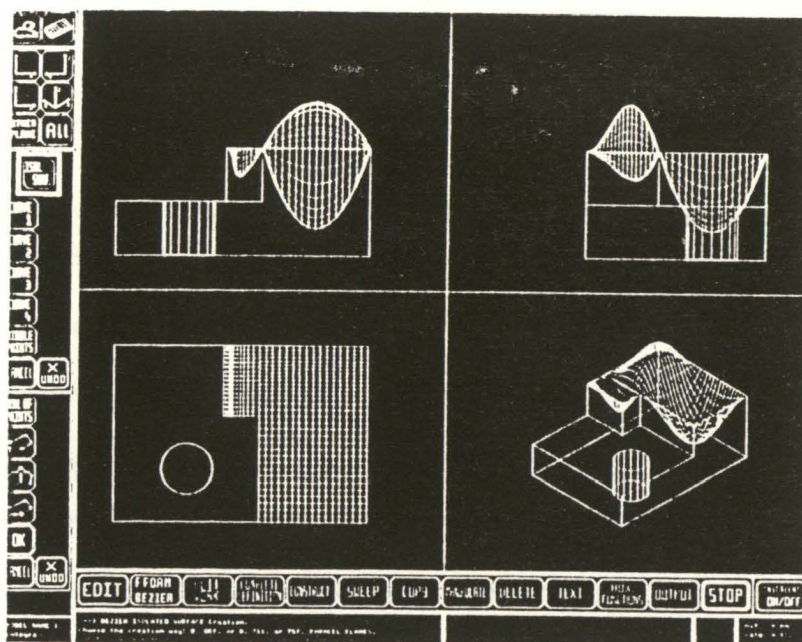
- quais as opções possíveis de serem tomadas;

- qual o método de construção ou manipulação de superfícies que está correntemente a ser executado, se algum;
- qual a acção que o utilizador deve efectuar, para prosseguir com a execução do método corrente, se algum.

3.3 - O Ambiente Interactivo

As curvas e superfícies manipuladas são representadas no écran por três projecções ortográficas e por uma projecção perspectiva. O "rendering" é efectuado recorrendo ao algoritmo de de Casteljau, sendo a subdivisão efectuada no ponto médio do domínio de parametrização [Lane/Riesenfeld 80].

Na figura seguinte está reproduzido um écran de trabalho do módulo implementado:



Em qualquer fase do trabalho, o utilizador pode especificar o modo como cada uma das (todas as) superfícies é (são) apresentada(s) nos diferentes planos de trabalho:

- apenas os pontos de controlo, ou
- apenas o poliedro de controlo, ou
- apenas a superfície, ou
- qualquer combinação das opções anteriores.

Para definir um ponto no espaço 3D o utilizador deverá explicitar a sua projecção em dois dos planos de trabalho. Após a especificação de uma destas projecções, a especificação do ponto correspondente à projecção do ponto 3D num outro plano de trabalho está obviamente limitada à projecção da recta perpendicular ao primeiro plano de trabalho, que contem a primeira projecção explicitada.

Sempre que é solicitado ao utilizador a selecção de uma determinada superfície, esta é efectuada identificando com o rato, num dos planos de trabalho:

- um ponto de controlo da superfície, ou
- uma aresta do seu poliedro de controlo, ou
- a própria superfície.

desde que o faça de modo não ambíguo - p. ex. não seleccionando pontos de controlo pertencentes a mais do que uma superfície.

4 - Operações Implementadas

O utilizador pode desencadear várias operações de construção e manipulação de superfícies de Bézier. Estas podem ser agrupadas do seguinte modo:

1. Operações de construção;
2. Operações de alteração do número de pontos de controlo de uma superfície por:
 - incremento/decremento do número de pontos de controlo,
 - subdivisão da superfície;
3. Operações de alteração da forma de uma superfície por:
 - reposicionamento de pontos de controlo,
 - estabelecimento de condições de continuidade
4. Operações auxiliares de:
 - apagamento de superfícies,
 - estabelecimento do modo de visualização de superfícies.

Para a implementação destas operações foi definido um conjunto de rotinas que manipulam directamente a representação matemática das superfícies (i.e. a matriz dos pontos de controlo), bem como a informação topológica associada a cada superfície (essencialmente os ponteiros para eventuais superfícies adjacentes).

4.1 - Construção de Superfícies

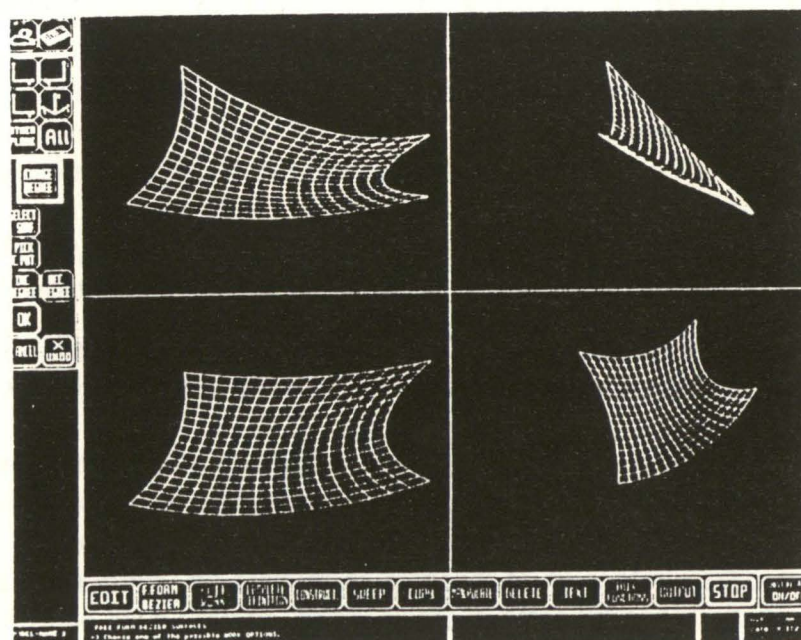
Nesta fase da implementação do módulo de modelação de superfícies de Bézier, apenas um método de construção de superfícies se encontra implementado.

Uma superfície é assim construída por especificação dos pontos de controlo das suas curvas fronteira, e pela (eventual) especificação dos seus restantes pontos intermédios de controlo. A construção das curvas fronteira é independente de quaisquer considerações quanto ao domínio de parametrização da superfície, sendo apenas definida, de modo sequencial, a fronteira da superfície pretendida.

Quer durante a construção de cada uma das curvas fronteira, quer durante a especificação dos pontos intermédios de controlo, é utilizada a técnica de "rubberbanding" na especificação de cada ponto, de modo que o utilizador escolha a posição do ponto de controlo que melhor corresponde à sua imagem mental do modelo, e se aperceba da forma que o poliedro de controlo está a tomar. O "rubberbanding" é sempre feito relativamente aos pontos de controlo que estejam já especificados e sejam logicamente adjacentes ao ponto de controlo a definir, de modo a haver uma ideia quanto à posição relativa deste último.

Note-se que a construção de cada uma das curvas fronteira é considerada como uma (sub-)tarefa independente, validando o utilizador, obrigatoriamente, a conclusão da especificação de cada uma destas curvas.

Apresenta-se de seguida, como exemplo, uma superfície construída durante uma sessão de trabalho com o sistema:



Está prevista a inclusão neste módulo de outros métodos de construção de superfícies. Serão em princípio analisadas as hipóteses de especificação de superfícies:

- a partir das suas quatro curvas fronteiras, mas sem ser necessário especificar os pontos intermédios de controlo, i.e. usando uma formulação do tipo Coons [Böhm et al 84];
- pela interpolação de pontos pertencentes à própria superfície (p. ex. a partir da informação digitalizada de um modelo);
- a partir de "cross-sections" da superfície a definir.

Um outro aspecto importante também em estudo prende-se com a construção de superfícies cujas fronteiras, ou pelo menos algumas das fronteiras, se encontrem já definidas. Serão consideradas como fronteiras quer arestas de outros modelos já definidos no sistema DACAD, quer as curvas fronteiras que definem outras superfícies livres. Este aspecto é essencial para a completa integração da modelação de superfícies livres em sistemas de modelação genéricos.

De salientar, no entanto, que métodos de construção deste tipo podem em alguns casos ser bastante complexos, quer do ponto de vista da formulação matemática subjacente, quer do ponto de vista da topologia dos modelos e da informação topológica que é necessário manipular.

4.2 - Operações de Alteração do Número de Pontos de Controlo

Estão definidos no sistema dois tipos distintos de operações que permitem alterar o número de pontos de controlo associados a uma determinada superfície.

As operações definidas correspondem a operações de

- acréscimo/decrécimo do número de pontos de controlo de uma dada superfície, por aplicação dos algoritmos de Forrest [Forrest 72], e de
- subdivisão de uma dada superfície em "patches" do mesmo grau da superfície original, por aplicação do algoritmo de de Casteljau [Böhm et al 84].

Qualquer uma destas operações - a menos das operações de redução do número de pontos de controlo - se traduz num acréscimo de flexibilidade na modelação da forma da superfície, devido ao acréscimo do número de pontos de controlo. Mais ainda, a subdivisão resulta, de certo modo, no atenuar da globalidade de controlo associada às superfícies de Bézier, visto que este controlo global passa a estar limitado a cada uma das "patches" resultantes da subdivisão.

Ambas as operações estão directamente relacionadas com o domínio de parametrização de cada superfície e, fundamentalmente, com as direcções de parametrização; isto porque a alteração do número de pontos de controlo e a subdivisão podem ser feitas ou relativamente a apenas uma das direcções de parametrização, ou relativamente a ambas as direcções — a subdivisão origina respectivamente duas ou quatro "patches." Mais, a subdivisão pode

ser feita relativamente a um ponto arbitrário do domínio de parametrização, pelo que as suas coordenadas deverão ser de algum modo especificadas.

No entanto, o utilizador não necessita de explicitar qualquer direcção paramétrica, bastando-lhe identificar uma das curvas fronteira para identificar a direcção em que pretende uma alteração do número de pontos de controlo ou uma subdivisão. Do mesmo modo, a especificação de coordenadas (paramétricas) é feita após a identificação de curvas fronteira correspondentes às direcções paramétricas. O utilizador está, deste modo, relativamente isolado da formulação matemática subjacente ao seu modelo.

Note-se que estas operações podem originar problemas de consistência do modelo que está a ser manipulado, se conduzirem a alterações do número de pontos de controlo de curvas fronteira comuns a dois modelos, de tal modo que os pontos de controlo associados a uma mesma curva sejam distintos em cada uma das superfícies. Uma posterior alteração da forma de uma destas curvas fronteira deve ser precedida pelo restabelecimento da consistência da representação, por aplicação da(s) mesma(s) operação(ões) à superfície cujo número de pontos de controlo não foi alterado.

4.3 - Operações de Alteração de Forma

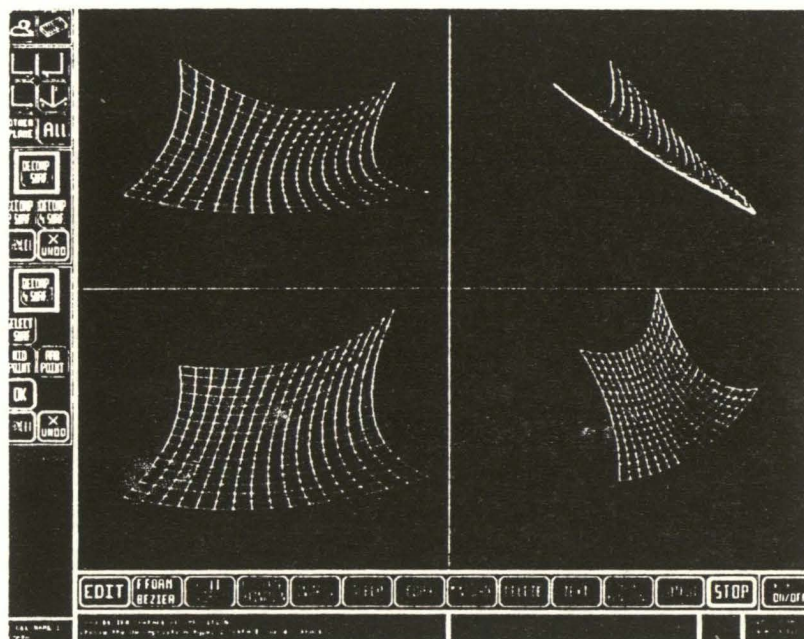
Estão definidos no sistema dois tipos distintos de operações que permitem alterar a forma de uma determinada superfície. Estas podem agrupar-se como operações de

- reposicionamento dos pontos de controlo de uma dada superfície, com a resultante alteração da sua forma, e de
- estabelecimento de condições de continuidade entre superfícies adjacentes, com a (eventual) alteração da forma de uma delas.

O reposicionamento de pontos de controlo é feito usando a técnica de "rubberbanding" relativo aos seus pontos de controlo adjacentes, sendo deste modo possível visualizar as alterações de forma do poliedro de controlo. Note-se que, se um ponto de controlo pertencer à fronteira de superfícies adjacentes, o seu reposicionamento conduz à alteração da forma dessas superfícies.

Para o estabelecimento de condições de continuidade o utilizador deverá identificar a fronteira de duas superfícies adjacentes, em que pretende estabelecer um determinado tipo de continuidade. Deverá de seguida identificar qual das duas superfícies pretende que seja alterada, e qual a condição de continuidade que deseja impor, validando a resultante alteração de forma.

Apresenta-se de seguida uma alteração da forma da superfície do exemplo anterior, por reposicionamento de um ponto de controlo:



4.4 - Operações Auxiliares

Estão definidos dois tipos de operações auxiliares:

- apagamento de superfícies, e
- alteração do modo de visualização de superfícies.

Visto a operação de apagamento ser de algum modo "delicada," o utilizador deve validar obrigatoriamente o apagamento de cada superfície individual. Note-se que esta operação envolve a alteração de informação topológica associada ao modelo que está sendo manipulado.

A operação de alteração do modo de visualização de superfícies permite uma mais fácil manipulação das diferentes superfícies definidas, pois o utilizador controla a quantidade de informação presente, aquando da manipulação de determinadas superfícies.

5 - Avaliação do Protótipo

Das diferentes sessões de trabalho efectuadas com o protótipo implementado, resultaram as seguintes ideias:

- é positivo, para o utilizador, o facto da dependência relativamente à formulação matemática subjacente ser pequena;
- é necessária a introdução de métodos adicionais de construção de superfícies;
- a operação de remoção de pontos de controlo parece não ser necessária num sistema deste tipo;
- a subdivisão de superfícies por um ponto arbitrário do seu domínio de parametrização necessita de um método de identificação de pontos sobre as fronteiras da superfície, de modo a determinar, de modo simples para o utilizador, o ponto arbitrário de subdivisão;
- é importante tentar melhorar a visualização interactiva da alteração da forma de superfícies;
- a simples manipulação de pontos de controlo não é suficiente para definir superfícies "úteis," sendo necessário, por exemplo, apresentar informação quanto às características de curvatura da superfície manipulada;
- a combinação de operações de alteração do número de pontos de controlo e de subdivisão, com operações de reposicionamento de pontos de controlo e de estabelecimento de condições de continuidade, permite uma grande flexibilidade na definição de forma.

Consideramos assim que o protótipo elaborado é válido e relativamente simples de usar, constituindo uma boa base de trabalho para futuros desenvolvimentos.

6 - Conclusões

O Ambiente Interactivo para Modelação de Superfícies Livres apresentado nesta comunicação, deve ser encarado como um protótipo ainda em fase de desenvolvimento.

Os resultados principais do trabalho efectuado são:

- o estabelecimento de metodologias de construção e manipulação de superfícies livres;
- uma contribuição para a incorporação de superfícies livres e suas metodologias de manipulação nos sistemas de modelação.

Como trabalho futuro, está planeado:

- incorporar outros métodos de construção de superfícies no módulo apresentado;
- efectuar a completa integração do módulo desenvolvido no sistema DACAD;
- aplicar os conceitos e metodologias desenvolvidos a outras formulações matemáticas de superfícies livres.

7 - Agradecimentos

Agradece-se ao Sr. Prof. Dr. J. L. Encarnação a orientação e o apoio prestados durante a realização deste trabalho.

Agradecem-se também todas as facilidades concedidas durante as estadas dos autores no Centro de Computação Gráfica de Darmstadt, R.F.A.

8 - Referências

- [**Böhm et al 84**] Böhm, W., Farin, G. and Kahmann, J., "A Survey of Curve and Surface Methods in CAGD," *Comp. Aided Geometric Design*, Vol. 1, N. 1, pp. 1-60, July 1984
- [**Chan/Tan 89**] Chan, K. C. and Tan, S. T., "Curves, Surfaces and Solid Modelling Schemes: Part I — A Review, Part II — A Unified Approach," Submitted for publication, January 1989
- [**Farouki/Rajan 88**] Farouki, R. T. and Rajan V. T., "Algorithms for Polynomials in Bernstein Form," *Comp. Aided Geometric Design*, Vol. 5, N. 1, pp. 1-26, June 1988
- [**Forrest 72**] Forrest, A. R., "Interactive Interpolation and Approximation by Bézier Polynomials," *Computer Journal*, Vol. 15, N. 1, pp. 71-79, February 1972
- [**Lane/Riesenfeld 80**] Lane, J. M. and Riesenfeld, R. F., "A Theoretical Development for the Computer Generation of Piecewise Polynomial Surfaces," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 2, N. 1, pp. 35-46, January 1980
- [**Piegl/Tiller 87**] Piegl, L. and Tiller, W., "Curve and Surface Constructions Using Rational B-Splines," *Computer Aided Design*, Vol. 19, N. 9, pp. 485-498, November 1987
- [**Teixeira 88**] Teixeira, J. C., "Interface with Geometric Modeling Systems based on Constructive Geometry," in "Proceedings of the IFIP-TC 5 Conference on CAD/CAM Technology Transfer to Latin America," held in Mexico City, August 22-26 1988
- [**Teixeira/Rix 88**] Teixeira, J. C. and Rix, J., "An Iconic User Interface for Geometric Modelling," in "Proceedings of the 1st. Luso-German Meeting on Computer Graphics," held in Lisbon, October 10-11 1988
- [**Watkins/Worsey 88**] Watkins, M. A. and Worsey A. J., "Degree Reduction of Bézier Curves," *Computer Aided Design*, Vol. 20, N. 7, pp. 398-405, September 1988